

The fontsetup package

by

Antonis Tsolomitis
University of the Aegean
Department of Mathematics

24 June 2020

Version 1.004, GPL3

This package is a simple wrapper-type package that makes the setup of fonts easy and quick for XeLaTeX and LuaLaTeX. You just load the package using one of the supported fonts as an option.

The target is to provide easy access to fonts with a matching Mathematics font available in TeX distributions plus a few commercial if available.

The package will include more font combinations in the future, however there are some restrictions. The fonts must have some commercial-level quality and must support Mathematics.

The options (in alphabetic order) are as follows:

cambria Loads the Cambria fonts of Microsoft. These must be already installed as a system font (in C:\Windows\Fonts in MS-Windows, in /home/user/.fonts/ in Linux or elsewhere by the system administrator).

default Loads the NewComputerModern fonts (in Book weight), which is an assembly of cm fonts plus more fonts to support Greek (cbgreek) and Cyrillic languages. It also provides

- commands to access prosogrammeni instead of ypogrammeni for capitals and small capitals, by writing `\textprosogrammeni{<text>}` or `{\prosogrammeni <text>}`.
- commands to access 4th and 6th century bce Greek by writing `\textivbce{<text>}` or `{\ivbce <text>}` and `\textvibce{<text>}` or `{\vibce <text>}`. For example, write `\textivbce{ΕΠΙΚΟΤΡΟΣ}` to get ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ.
- commands to access Sans Greek (upright and oblique) in math mode although these are not included in the unicode standard. The commands follow the unicode-math.sty notation, so to get Λ and π you write `$_msansLambda$` and `$_mitsanspi$`.

ebgaramond Loads the EB-Garamond fonts with Garamond-Math.

fira Loads the Fira family, a sans-serif font.

gfsartemisia Loads the GFSArtemisia, a font family designed to be used as a Times replacement. The Mathematics is from stix2 but latin and greek letters are substituted from GFSArtemisia to provide a better match.

gfsdidotclassic Uses the GFSDidotClassic for Greek with GFSPorson for italic. The latin part is URW garamond. The Mathematics is from Garamond-Math but the greek letters are substituted from GFSDidotClassic to provide a better match. Notice that the Bold versions of the Greek fonts are faked using fontspec mechanism as the Greek part does not have bold versions.

gfsdidot Loads the GFSDidot fonts. NewCMMath-Book is the Mathematics font, but latin and greek letters are substituted from GFSdidot to provide a better match.

gfsneohellenic Loads the GFSNeohellenic family with GFSNeohellenic-Math.

kerkis Loads the kerkis font family and texgyrebonum-math.

libertinus Loads the Libertinus and LibertinusMath fonts.

lucida Loads the Lucida font family if available (a commercial font).

minion Loads the MinionPro family. To install it, find the fonts MinionPro and MyriadPro from the installation of Adobe PDF Reader and install the fonts to your system (in C:\Windows\Fonts in MS-Windows, in /home/user/.fonts/ in Linux or elsewhere by the system administrator). Moreover, install the supplied fspmnscl.otf as a system font to have access to Greek small caps. Mathematics is from stix2 with letters replaced from MinionPro. Sans is MyriadPro.

msgaramond Loads the MS-Garamond fonts. These must be system installed (in C:\Windows\Fonts in MS-Windows, in /home/user/.fonts/ in Linux or elsewhere by the system administrator). Mathematics is from Garamond-Math with letters replaced from MS-Garamond.

neoeuler Loads the Concrete fonts with the Euler for Mathematics. Needs euler.otf to be installed in the TeX installation.

olddefault Loads the NewComputerModern fonts (in Regular weight),

palatino Loads the Linotype Palatino Fonts available from some versions of Windows. The fonts must be system installed (in C:\Windows\Fonts in MS-Windows, in /home/user/.fonts/ in Linux or elsewhere by the system administrator). The supplied fsplpscl.otf must be also system-installed to allow access to Greek small caps. Mathematics font is texgyrepagella-math.

stixtwo Loads the stix2 fonts, a Times-type font.

times Loads the FreeSerif fonts, a Times font and stix2 for Mathematics with letters replaced from FreeSerif.

You do not need to load **fontspec**. This, as well as **unicode-math**, are automatically loaded. A minimal file is

```
\documentclass{article}
\usepackage[default]{fontsetup}
\begin{document}
...
\end{document}
```

The switch to another font is trivial. You just change the option of **fontsetup** to another among the supported ones.

Summary of installation steps to support all fonts

You do not have to do any of these steps if you rely on free fonts (except step 6 if you want to use the **neoeuler** option) and do not want to use the commercial ones.

1. Install as system fonts the supplied **fspmnscl.otf** and **fsplpscl.otf** (in C:\Windows\Fonts\ on MS-Windows or in /home/user/.fonts/ in Linux or system-wide install as administrator)
2. Repeat the previous step for all MinionPro and MyriadPro fonts from the installation of the free Adobe Acrobat Reader.
3. Repeat the above for the MS-Garamond fonts (**Gara.ttf**, **Garabd.ttf** and **Garait.ttf**) as well as for the Linotype Palatino fonts found in some versions of Microsoft Windows (**palabi.ttf**, **palab.ttf**, **palai.ttf**, and **pala.ttf**).
4. Repeat the above for the Cambria fonts (**cambria.ttc**, **cambriab.ttf**, **cambriai.ttf**, **cambriaz.ttf**).
5. Install the commercial Lucida fonts (if available) in your TeX tree.

6. Install `euler.otf` in your TeX tree from here: <https://github.com/khaledhosny/euler-otf>

You can indeed suggest a new combination of fonts and I will add them. However, I do reserve the right to reject them if the font quality is bad or if Mathematics is not supported with a matching font.

Samples follow.

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Let g be an integrable function defined on the measurable set E and let $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and hat $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and hat $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε $n (f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and hat $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and hat $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and hat $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and hat $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Concrete fonts and NeoEuler Math: option `neoeuler`

NeoEuler font must be installed in TeX tree

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and hat $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Linotype Palatino (commercial) and texgyreagella-math: option palatino

Linotype Palatino Fonts and the supplied fspplscel.otf must be installed as system fonts

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Let g be an integrable function defined on the measurable set E and let $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and hat $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable function so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$